Tạp chí CƠ HỌC T. IV, 1982, Số 3 (trang 1 – 6)

LÝ THUYẾT KHUYẾCH TÁN SUY RỘNG VỀ CÁC HỖN HỢP RẮN
II. VẬT LIỆU COMPAZIT ĐÀN HỒI — NHIỆT

TRƯƠNG MINH CHÁNH

VIỆC mô hình hóa vật liệu compazit như là một môi trường lồng thấm tương tác lẫn nhau đã được trình bày trong [1, 2, 3, 5, 6] theo nhiều quan điểm khác nhau. Dưới đây dựa trên quan điểm của lý thuyết khuyếch tán suy rộng [4,7] ta sẽ xây dựng một mô hình lý tưởng cho các vật liệu compazit đàn hồi—nhiệt. Vì vật liệu compazit thường gồm các vật liệu cốt phân bố một cách đồng nhất, dày đặc trong vật liệu kết dính nên ta có thể mô hình hóa chúng như là một môi trường lồng thấm tương tác lẫn nhau và khi đó các khái niệm động học với các phương trình chuyển động hoàn toàn có dạng như đã đưa ra ở [4]. Sau đây ta chỉ trình bày việc xây dựng bất đẳng thức entropi và các phương trình cấu trúc tuyến tính.

§1. BẤT ĐẲNG THỨC ENTRÔPI

Xét một vật liệu compazit được tạo bởi n chất khác nhau. Giả định rằng các chất đều ở trạng thái cân bằng nhiệt khi đó ta có thể đưa ra khái niệm nhiệt độ trung bình T_α của mỗi chất trên một đơn vị khối lượng hỗn hợp hoặc mật độ entropi η_α tương ứng. Giả sử phản ứng hóa học giữa các chất không xảy ra khi đó ta có thể cho mật độ nội năng ở dạng:

$$\varepsilon = \varepsilon(e^a, \ \vec{W}^a_\sigma, \ \nabla \vec{W}^a_\sigma, \ C_\sigma, \ \eta_\alpha)$$

$$(\alpha = 1, 2, \ldots, n; \ \sigma = 1, 2, \ldots, n-1) \tag{1.1}$$

Do tính chất đàn hồi khác nhau của các chất x tạo nên vật liệu nên các dịch chuyển của chúng có thể khác nhau, sự khác nhau đó gây ra tương tác cơ học mạnh trên biên phân chia giữa các chất, vì vậy để biểu diễn tương tác giữa các thành phần qua dịch chuyển tương đối khi mô hình hóa ta cần phải xét các dịch chuyển tương đối $\vec{W}^a_\sigma$, gradient dịch chuyển tương đối như là các biến số cấu trúc của hàm nội năng (1.1).

Sử dụng các công thức

$$\frac{\mathfrak{D}^{(a)}_o e^a}{\mathfrak{D}t} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u}^a + \vec{u}^a \nabla) \equiv d^a, \quad \frac{1}{2}(\nabla \vec{u}^a - \vec{u}^a \nabla) \equiv \omega^a \tag{1.2}$$

$$\frac{\mathfrak{D}^{(a)}_o \vec{W}^a_\sigma}{\mathfrak{D}t} = \frac{d^{(a)}\vec{W}^a_\sigma}{dt} - \vec{W}^a_\sigma \cdot \nabla \vec{u}^a = \frac{\vec{J}^a_\sigma}{\rho_\sigma} \cdot \left(\frac{\partial \vec{X}^a}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}^a_\sigma \right) - \vec{W}^a_\sigma \cdot \nabla \vec{u}^a$$

$$\frac{\mathcal{D}^{(a)}_c(\nabla \vec{W}^a_\sigma)}{\mathcal{D}t} = \frac{d^{(a)}\nabla \vec{W}^a_\sigma}{dt} - \nabla \vec{W}^a_\sigma . \nabla \vec{u}^a + \nabla \vec{u}^a . \nabla \vec{W}^a_\sigma =$$

$$= \nabla \frac{\vec{J}^a_\sigma}{\rho_\sigma} . \left(\frac{\partial \vec{X}^a}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}_\sigma \right) + \nabla \left(\frac{\partial \vec{X}^a}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}_\sigma \right)^* . \frac{\vec{J}^a_\sigma}{\rho_\sigma} - \nabla \vec{W}^a_\sigma . \nabla \vec{u}^a$$

trong đó $\mathcal{D}^{(a)}_c/\mathcal{D}t$ là đạo hàm bất biến Oldroydl, với giả định về tính khả vi liên tục và tính khách quan của tốc độ thay đổi nội năng theo thời gian ta có :

$$\frac{d^{(a)}\varepsilon}{dt} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} : d^a + \sum_\sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{W}^a_\sigma} . \left\{ \frac{\vec{J}^a_\sigma}{\rho^\sigma} . \left(\frac{\partial \vec{X}^a}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}^a_\sigma \right) - \vec{W}^a_\sigma . \nabla \vec{u}^a \right\} +$$

$$\sum_\sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial \nabla \vec{W}^a_\sigma} : \left\{ \nabla \frac{\vec{J}^a_\sigma}{\rho_\sigma} . \left(\frac{\partial \vec{X}^a}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}^a_\sigma \right) + \nabla \left(\frac{\partial \vec{X}^a}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}^a_\sigma \right)^* - \nabla \vec{W}^a_\sigma . \nabla \vec{u}^a \right\}$$

$$+ \sum_\sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_\sigma} \frac{d^{(a)} C_\sigma}{dt} + \sum_\alpha \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta_\alpha} \frac{d^{(a)} \eta_\alpha}{dt} . \qquad (1.3)$$

Đặt :

$$\vec{F}^a_\sigma \equiv {}^E\vec{F}^a_\sigma + {}^D\vec{F}^a_\sigma , \; t \equiv {}^Et + {}^Dt , \; R^a_\sigma \equiv {}^ER^a_\sigma + {}^DR^a_\sigma ,$$

$$T_\alpha \equiv \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta_\alpha} , \; \mu_\sigma \equiv \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_\sigma} , \; {}^ER^a_\sigma \equiv \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \nabla \vec{W}^a_\sigma} . \left(\frac{\partial \vec{X}^a}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}^a_\sigma \right)^* ,$$

$$\vec{q}^* = \vec{q} - \sum_\sigma \vec{J}^a_\sigma \left\{ \left(1 - \frac{\rho_n a_\sigma}{\rho_\sigma a_n} \right) \sum_\gamma C_\gamma \mu_\gamma - \mu_\sigma \right\} ,$$

$${}^Et \equiv \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial e^a} - \rho \left\{ \sum_\sigma \left[\vec{W}^a_\sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{W}^a_\sigma} + \left(\vec{W}^a_\sigma \nabla \right) . \frac{\partial \varepsilon}{\partial \nabla \vec{W}^a_\sigma} \right] \right\}^C ,$$

$${}^E\vec{F}^a_\sigma \equiv - \left(1 - \frac{\rho_n a_\sigma}{\rho_\sigma a_n} \right) \left(\nabla e^a : \frac{\partial \varepsilon}{\partial e^a} + \sum_\sigma \nabla \vec{W}^a_\sigma . \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{W}^a_\sigma} + \right.$$

$$\left. \sum_\sigma \nabla \nabla \vec{W}^a_\sigma : \frac{\partial \varepsilon}{\partial \nabla \vec{W}^a_\sigma} \right) - \frac{\rho}{\rho_\sigma} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \nabla \vec{W}^a_\sigma} : \nabla \left(\frac{\partial \vec{X}^a}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}^a_\sigma \right)^*$$

$$- \frac{\rho}{\rho_\sigma} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{W}^a_\sigma} . \left(\frac{\partial \vec{X}^a}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}^a_\sigma \right)^*$$

$${}^D\vec{F}^a_\sigma \equiv \left(\vec{f}_\sigma - \frac{\rho_n a_\sigma}{\rho_\sigma a_n} \vec{f}_n \right) + \left(1 - \frac{\rho_n a_\sigma}{\rho_\sigma a_n} \right) \left[\sum_\gamma C_\gamma \nabla \mu_\gamma - \frac{d^{(a)} \vec{u}^a}{dt} \right] -$$

$$- \frac{\vec{Q}^a_\sigma}{\rho_\sigma} - \nabla \mu_\sigma + \frac{a_\sigma}{\rho_\sigma a_n} \left(\frac{\mathcal{D}^{(a)} \vec{J}^a_n}{\mathcal{D}t} + \nabla . \frac{\vec{J}^a_n \vec{J}^a_n}{\rho_n} \right) \qquad (1.4)$$

$(\alpha = 1, 2, \ldots, n ;\; \sigma, \gamma = 1, 2, \ldots, n-1)$

trong đó ký hiệu $(\ldots)^C$ và $(\ldots)^A$ tương ứng chỉ đại lượng trong ngoặc đơn đối xứng hoặc phản xứng theo hai chỉ số cuối, ký hiệu $(\ldots)^*$ chỉ phép chuyển vị của đại lượng trong ngoặc đơn ${}^D(\ldots)$ chỉ phần hao tán. Nhờ (1.2) – (1.4) ta có thể viết phương trình bảo toàn năng lượng ở dạng :

$$\sum_{\beta} T_\beta \left\{ \rho \frac{d^{(a)}\eta_\beta}{dt} + \sum_{\alpha} \vec{J}^{a}_{\alpha} \cdot \nabla \eta_\beta \right\} = \rho r + \nabla \cdot \vec{q}^{*} + \sum_{\sigma} {}^{D}\vec{F}^{a}_{\sigma} \cdot \vec{J}^{a}_{\sigma} + {}^{D}t : d^{a} +$$

$$+ \sum_{\sigma} {}^{D}R^{a}_{\sigma} : \nabla \frac{\vec{J}^{a}_{\sigma}}{\rho_\sigma} + \rho \left\{ \sum_{\sigma} \left[\vec{W}^{a}_{\sigma} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{W}^{a}_{\sigma}} + \left(\vec{W}^{a}_{\sigma} \nabla \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \nabla \vec{w}^{a}_{\sigma}} \right] \right\}^{A} : \omega^{a} \qquad (1.5)$$

$(\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, n : \sigma = 1, 2, \ldots, n-1)$

Do các chất có nhiệt độ riêng khác nhau nên nói chung hỗn hợp không thể ở trạng thái cân bằng nhiệt và do đó không thể đưa ra khái niệm về nhiệt độ chung cho toàn hỗn hợp vì vậy việc xác định dòng entropi qua mặt của môi trường trở nên khó khăn. Để khắc phục điều đó ta chọn một nhiệt độ bất kỳ (chẳng hạn T_n) làm nhiệt độ đặc trưng chung cho toàn hỗn hợp và xác định một phần dòng entropi qua mặt là vecto $\vec{q}^{*}/T_n$ còn phần khác giả định rằng được xác định qua các dòng phụ $\vec{H}^{n}_{\sigma}\left(\frac{1}{T_\sigma} - \frac{1}{T_n}\right)$ trong đó $\vec{H}^{n}_{\sigma}$ cần phải xác định bởi các phương trình cấu trúc. Như vậy có thể giả định phương trình entropi ở dạng:

$$\rho \frac{d^{(a)}\eta}{dt} + \sum_{\alpha} \vec{J}^{a}_{\sigma} \cdot \nabla \eta = \sum_{\alpha} \frac{\rho_\alpha r_\alpha}{T_\alpha} - \nabla \cdot \frac{\vec{q}^{*}}{T_n} - \sum_{\sigma} \cdot \nabla \vec{H}^{n}_{\sigma} \left(\frac{1}{T_\sigma} - \frac{1}{T_n} \right) = \rho^{r} \geqslant 0 \qquad (1.6)$$

Từ (1.5) và (1.6) với giả định tuyến tính đối với ω^a ta nhận được sản phẩm entropi ở dạng:

$$\rho^{r} = \vec{q}^{*} \cdot \frac{\nabla T_n}{T_n^2} + \sum_{\alpha} X^{n}_{\sigma} \left(\frac{1}{T_\sigma} - \frac{1}{T_n} \right) - \sum_{\sigma} \vec{H}^{n}_{\sigma} \cdot \nabla \left(\frac{1}{T_\sigma} - \frac{1}{T_n} \right) +$$

$$+ \frac{1}{T_n} \sum_{\sigma} {}^{D}F^{a}_{\sigma} \cdot J^{a}_{\sigma} + \frac{1}{T_n} {}^{D}t : d^{a} + \frac{1}{T_n} \sum_{\sigma} {}^{D}R^{a}_{\sigma} : \nabla \frac{\vec{J}^{a}_{\sigma}}{\rho_\sigma} \geqslant 0 \qquad (1.7)$$

trong (1.6), (1.7) ta xác định:

$$\eta = \Sigma \eta_\alpha, \quad \rho^{r} = \Sigma \rho_\alpha r_\alpha,$$

$$T_\sigma \left\{ \rho \frac{d^{(a)}\eta_\sigma}{dt} + \sum_{\alpha} \vec{J}^{a}_{\alpha} \cdot \nabla \eta_\sigma \right\} - \rho_\sigma r_\sigma - \nabla \cdot \vec{H}^{n}_{\sigma} = X^{n}_{\sigma}$$

$$\left\{ \sum_{\sigma} \vec{W}^{a}_{\sigma} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{W}^{a}_{\sigma}} + \left(\vec{W}^{a}_{\sigma} \nabla \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \nabla \vec{W}^{a}_{\sigma}} \right\}^{A} = 0 \qquad (1.8)$$

Để tiện cho việc tuyến tính hóa phương trình cấu trúc của vật liệu compazit thường sử dụng hàm năng lượng tự do ψ thay cho hàm nội năng.

Đối với hỗn hợp nhiều nhiệt độ, hàm năng lượng tự do có thể xác định như trong [7], nó có dạng:

$$\psi = \varepsilon - \sum_{\alpha} T_\alpha \eta_\alpha = \psi \left(e^{a}, \vec{W}^{a}_{\sigma}, \nabla \vec{W}^{a}_{\sigma}, C_\sigma, T_\alpha \right) \qquad (1.9)$$

Bằng cách làm hoàn toàn tương tự, nhờ (1.2), (1.6), (1.9) và phương trình bảo toàn năng lượng ta lại nhận được (1.7), (1.8) với các tương quan sau:

$$\eta_\alpha \equiv - \frac{\partial \psi}{\partial T_\alpha}, \quad \mu_\sigma \equiv \frac{\partial \psi}{\partial C_\sigma},$$

$${}^{E}\vec{F}^{a}_{\sigma} \equiv - \left(1 - \frac{\rho_n a_\sigma}{\rho_\sigma a_n} \right) \left(\nabla e^{a} : \frac{\partial \psi}{\partial e^{a}} + \sum_{\sigma} \nabla \vec{W}^{a}_{\sigma} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \vec{W}^{a}_{\sigma}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{\sigma} \nabla\nabla \vec{W}^{a}_{\sigma} : \frac{\partial \psi}{\partial \nabla \vec{W}^{a}_{\sigma}} \right) - \frac{\rho}{\rho_\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial \nabla \vec{W}^{a}_{\sigma}} : \nabla \left(\frac{\partial \vec{X}^{a}}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}^{a}_{\sigma} \right)^{*},$$

$$
{}^{E}t = \rho \frac{\partial\psi}{\partial e^{a}} - \rho \left\{ \sum_{\sigma} \left[\vec{W}^{a}_{\sigma} \frac{\partial\psi}{\partial \vec{W}^{a}_{\sigma}} + \left(\vec{W}^{a}_{\sigma} \nabla \right) \cdot \frac{\partial\psi}{\partial \nabla \vec{W}^{a}_{\sigma}} \right] \right\}^{C},
$$

$$
{}^{E}R^{a}_{\sigma} = \rho \frac{\partial\psi}{\partial \Delta \vec{W}^{a}_{\sigma}} \cdot \left(\frac{\partial \vec{X}^{a}}{\partial \vec{x}} - \nabla \vec{W}^{a}_{\sigma} \right)^{*}
$$

$$
\left\{ \sum_{\sigma} \left[\vec{W}^{a}_{\sigma} \frac{\delta\psi}{\delta \vec{W}^{a}_{\sigma}} + \left(\vec{W}^{a}_{\sigma} \nabla \right) \frac{\partial \psi}{\partial \nabla \vec{W}^{a}_{\sigma}} \right] \right\}^{A} = 0. \tag{1.10}
$$

còn các tương quan khác vẫn có dạng như cũ.

Các tương quan (1.4), (1.10) nói chung đúng cho mọi dịch chuyền tương đối, tuy nhiên trong thực tế đối với các vật liệu compazit thông thường dịch chuyền trung bình có thể hữu hạn nhưng dịch chuyền tương đối phải rất nhỏ đề vật liệu không bị phá hủy.

Sau đây ta chỉ hạn chế xét trường hợp đơn giản hơn cả khi dịch chuyền trung bình lẫn dịch chuyền tương đối đều nhỏ vô hạn.

§2. LÝ THUYẾT TUYẾN TÍNH

Ta gọi vật liệu compazit là vật liệu đàn hồi–nhiệt lý tưởng nếu

$$
t = {}^{E}t \tag{2.1}
$$

Đề đơn giản ta chỉ xét trường hợp khi các dịch chuyền $\vec{W}^{a}$, $\vec{W}^{a}_{\sigma}$ và các gradient của chúng và $\tilde{C}_{\sigma} = C_{\sigma} - \overset{o}{C}_{\sigma}$, $\theta_{\alpha} = T_{\alpha} - \overset{o}{T}_{\alpha}$ có giá trị rất nhỏ, trong đó $\overset{o}{C}_{\sigma}$, $\overset{o}{T}_{\alpha}$ là đại lượng tương ứng của các chất ở trạng thái tự nhiên ban đầu. Dùng phép phân tích ten xơ thành tổng các ten xơ trực giao thì trong khuôn khổ lý thuyết tuyến tính đối với vật liệu compazit đàn hồi–nhiệt đẳng hướng ta có

$$
\begin{aligned}
\rho\psi = {} & \frac{1}{2} k^{1} (e^{a}_{o})^{2} + \frac{1}{2} k^{2}\, e^{a}_{2} : e^{a}_{2} + \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\gamma} k^{3}_{\sigma\gamma}\, \vec{W}^{a}_{\sigma} \cdot \vec{W}^{a}_{\gamma} + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\gamma} k^{4}_{\sigma\gamma} (\nabla \cdot \vec{W}^{a}_{\sigma}) (\nabla \cdot \vec{W}^{a}_{\gamma}) + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} k^{5}_{\alpha\beta}\, \theta_{\alpha} \theta_{\beta} + \\
& + \sum_{\alpha} k^{6}_{\alpha}\, e^{a}_{o} \theta_{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\gamma} k^{7}_{\sigma\gamma}\, \tilde{C}_{\sigma} \tilde{C}_{\gamma} + \sum_{\sigma} k^{8}_{\sigma}\, e^{a}_{o}\, \tilde{C}_{\sigma} + \\
& + \sum_{\alpha} \sum_{\sigma} k^{9}_{\sigma\alpha}\, \tilde{C}_{\sigma} \theta_{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\gamma} k^{10}_{\sigma\gamma}\, \vec{\Omega}^{W}_{\sigma} \cdot \vec{\Omega}^{W}_{\gamma} + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\gamma} k^{11}_{\sigma\gamma}\, D^{W}_{\sigma} : D^{W}_{\gamma} + \sum_{\sigma} k^{13}_{\sigma}\, e^{a}_{o} (\nabla \cdot \vec{W}^{a}_{\sigma}) + \\
& + \sum_{\sigma} k^{14}_{\sigma}\, e^{a}_{2} : D^{W}_{\sigma} + \sum_{\alpha} \sum_{\sigma} k^{15}_{\alpha\sigma}\, \theta_{\alpha} (\nabla \cdot \vec{W}^{a}_{\sigma}).
\end{aligned} \tag{2.2}
$$

trong đó các hệ số k thỏa mãn các tương quan đối xứng sau:

$$
\begin{aligned}
& k^{3}_{\sigma\gamma} = k^{3}_{\gamma\sigma}, \quad k^{4}_{\sigma\gamma} = k^{4}_{\gamma\sigma}, \; k^{5}_{\alpha\beta} = k^{5}_{\beta\alpha}, \quad k^{7}_{\sigma\gamma} = k^{7}_{\gamma\sigma}, \quad k^{9}_{\sigma\alpha} = k^{9}_{\alpha\sigma} \\
& k^{10}_{\gamma\sigma} = k^{10}_{\sigma\gamma}, \quad k^{11}_{\sigma\gamma} = k^{11}_{\gamma\sigma}, \quad k^{13}_{\gamma\sigma} = k^{12}_{\sigma\gamma}, \quad k^{15}_{\alpha\sigma} = k^{15}_{\sigma\alpha}
\end{aligned} \tag{2.3}
$$

và ρ^o là mật độ ban đầu. Để nhận (2.2) ta đã sử dụng giả định là ở trạng thái ban đầu khi không có biến dạng thì cũng không có ứng suất, không có dịch chuyển tương đối thì không có tương tác, không có sự chênh lệch nồng độ thì không có sự khuyếch tán và bỏ qua số hạng bậc nhất theo θ_α vì nó không đóng vai trò quan trọng sau này. Sử dụng (1.6)$_5$ có chú ý tới (2.3) ta nhận được:

$$2\,k^{11}_{\sigma\gamma} = k^{10}_{\sigma\gamma} = 6\,k^{4}_{\sigma\gamma}\,,\quad k^{12}_{\sigma\gamma} = 0,\ k^{13}_{\sigma} = k^{14}_{\sigma} = 0,\ k^{15}_{\sigma\alpha} = 0 \tag{2.4}$$

Nhờ các giả định trên nên đối với $^{E}\vec{F}^{a}_{\sigma}$, ^{E}t, $^{E}R^{a}_{\sigma}$ ta có các tương quan:

$$^{E}\vec{F}^{a}_{\sigma} = -\frac{\rho^o}{\rho^o_\sigma}\,\frac{\partial\psi}{\partial \vec{w}^{a}_{\sigma}}\,,\quad ^{E}t = \rho^o\,\frac{\partial\psi}{\partial e^{a}}\,,\quad ^{E}R^{a}_{\sigma} = \rho^o\,\frac{\partial\psi}{\partial \nabla \vec{w}^{a}_{\sigma}} \tag{2.5}$$

Sử dụng (2.2), (2.5) (1.10)$_{1,2}$ và phép phân tích tenxơ thành tổng các ten xơ trực giao ta nhận được các phương trình trạng thái sau:

$$\eta_\alpha = -\frac{1}{\rho^o}\left(\sum_\beta k^{5}_{\alpha\beta}\,\theta_\beta + k^{6}_{\alpha}\,e^{a}_{o} + \sum_\sigma k^{9}_{\alpha\sigma}\,\tilde{C}_\sigma\right), \tag{2.6}$$

$$\mu_\sigma = \frac{1}{\rho_o}\left(\sum_\gamma k^{7}_{\sigma\gamma}\,\tilde{C}_\gamma + k^{8}_{\sigma}\,e^{a}_{o} + \sum_\alpha k^{9}_{\sigma\alpha}\,\theta_\alpha\right),\quad ^{E}t_2 = k^2\,e^{a}_{2}$$

$$^{E}t_o = \frac{1}{3}\left(k^1\,e^{a}_{o} + \sum_\alpha k^{6}_{\alpha}\,\theta_\alpha + \sum_\sigma k^{8}_{\sigma}\,\tilde{C}_\sigma\right),\quad ^{E}F^{a}_{\sigma} = \frac{1}{\rho^o_\sigma}\sum_\gamma k^{3}_{\sigma\gamma}\,\vec{w}^{a}_{\gamma}\,,$$

$$^{E}R^{a}_{o\sigma} = \sum_\gamma k^{4}_{\sigma\gamma}\,\nabla\cdot\vec{w}^{a}_{\gamma}\,,\quad ^{E}R^{a}_{1\sigma} = 3\sum_\gamma k^{4}_{\sigma\gamma}\,\vec{\Omega}^{w}_{\gamma}\,,\quad ^{E}R^{a}_{2\sigma} = 3\sum_\gamma k^{4}_{\sigma\gamma}\,D^{w}_{\gamma}\,.$$

Các hệ số vật chất k nói chung là không đổi. Các điều kiện hạn chế nhiệt động học đối với các hệ số đó có thể khảo sát nếu cho rằng các điều kiện nhận được trong trường hợp đẳng nhiệt cũng đúng cho trường hợp chung. Trong trường hợp đẳng nhiệt nếu giả định $\rho\psi \geqslant 0$ với mọi quá trình cơ nhiệt độc lập thì ta sẽ nhận được:

$$\begin{aligned} &k^1 \geqslant 0,\ k^2 \geqslant 0,\ k^{3}_{\sigma\sigma} \geqslant 0,\ k^{3}_{\sigma\sigma}\,k^{3}_{\gamma\gamma} - \left(k^{3}_{\sigma\gamma}\right)^2 \geqslant 0,\\ &k^{4}_{\sigma\sigma} \geqslant 0,\ k^{4}_{\sigma\sigma}\,k^{4}_{\gamma\gamma} - \left(k^{4}_{\sigma\gamma}\right)^2 \geqslant 0,\ k^{7}_{\sigma\sigma} \geqslant 0,\\ &k^{7}_{\sigma\sigma}\,k^{7}_{\gamma\gamma} - \left(k^{7}_{\sigma\gamma}\right)^2 \geqslant 0,\ k^1\,k^{7}_{\sigma\sigma} - \left(k^{8}_{\sigma}\right)^2 \geqslant 0. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Nhờ (1.7), (2.1) từ nguyên lý Curier ta có các hàm cấu trúc hao tán tuyến tính ở dạng:

$$X^{n}_{\sigma} = \sum_\gamma l^{1}_{\sigma\gamma}\left(\frac{1}{T_\gamma} - \frac{1}{T_n}\right) + \frac{1}{T_n}\sum_\gamma l^{2}_{\sigma\gamma}\,\nabla\cdot\frac{\vec{J}^{a}_{\gamma}}{\rho_\gamma}$$

$$^{D}R^{a}_{o\sigma} = -\sum_\gamma l^{2}_{\sigma\gamma}\left(\frac{1}{T_\gamma} - \frac{1}{T_n}\right) + \frac{1}{T_n}\sum_\gamma l^{3}_{\sigma\gamma}\,\nabla\cdot\frac{\vec{J}^{a}_{\gamma}}{\rho_\gamma} \tag{2.8}$$

$$\vec{q}^{*} = l^4\,\frac{\nabla T_n}{T_n^2} + \sum_\sigma l^{5}_{\sigma}\,\nabla\left(\frac{1}{T_\sigma} - \frac{1}{T_n}\right) + \sum_\sigma l^{6}_{\sigma}\,\frac{1}{T_n}\,\vec{J}^{a}_{\sigma}$$

$$-\vec{H}^{n}_{\sigma} = l^{5}_{\sigma}\,\frac{\nabla T_n}{T_n^2} + \sum_\gamma l^{7}_{\sigma\gamma}\,\nabla\left(\frac{1}{T_\gamma} - \frac{1}{T_n}\right) + \frac{1}{T_n}\sum_\gamma l^{8}_{\sigma\gamma}\,\vec{J}^{a}_{\sigma}$$

$$ {}^{D}\vec{F}^{a}_{\sigma} = l^{6}_{\sigma} \frac{\nabla T_{a}}{T^{2}_{a}} - \sum_{\gamma} l^{8}_{\sigma\gamma} \nabla \left(\frac{1}{T_{\gamma}} - \frac{1}{T_{a}} \right) + \frac{1}{T_{a}} \sum_{\gamma} l^{9}_{\sigma\gamma} \vec{J}^{a}_{\gamma} $$

$$ {}^{D}R^{a}_{1\sigma} = \frac{1}{T_{a}} \sum_{\gamma} l^{10}_{\sigma\gamma} \vec{\Omega}^{j}_{\gamma} $$

$$ {}^{D}R^{a}_{2\sigma} = \frac{1}{T_{a}} \sum_{\gamma} l^{11}_{\sigma\gamma} D^{j}_{\gamma} $$

Tương quan Onsager và điều kiện để bất đẳng thức entropi (1.7) thỏa mãn với mọi quá trình cơ nhiệt độc lập cho ta các hạn chế sau đối với các hệ số vật chất dạng (l):

$$ \overset{i}{l}_{\sigma\gamma} = \overset{i}{l}_{\gamma\sigma} \quad (i = 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11); $$

$$ \overset{i}{l}_{\sigma\sigma} \geqslant 0, \quad \overset{i}{l}_{\sigma\sigma} \overset{i}{l}_{\gamma\gamma} - (\overset{i}{l}_{\sigma\gamma})^{2} \geqslant 0 \tag{2,9} $$

$$ (i = 1, 3, 7, 9, 10, 11); $$

$$ l^{4} \geqslant 0, \quad l^{4} \overset{7}{l}_{\sigma\sigma} - (\overset{5}{l}_{\sigma})^{2} \geqslant 0 $$

Mô hình đã được xây dựng có thể dùng để mô tả các hiệu ứng động lực như sự tán sắc của vận tốc sóng, hiện tượng cộng hưởng làm tách rời cốt khỏi chất kết dính... mà một số mô hình khác không thể xét được /2, 3/.

Địa chỉ
Đại học Tổng hợp Hà nội

Nhận ngày 31/3/1981

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. TWISS R.J., ERINGEN A.C., Int. J. Engng Sci., 10, 5, 437 — 465 1972.
2. BEDFORD A., Strn M., Acta Mech., 14, 85 — 102, 1972.
3. TIERSTEN H.F., JAHAMIN M., Arch. Rat; Mech. Anal 65, 2, 155 — 192, 1977.
4. TRƯƠNG MINH CHÁNH. Tạp chí cơ học. 1 — 5, N° 2, 1982.
5. ХОРОШУН Л.П. ПМ XIII, 10, 124 — 132, 1977.
6. НГО ТХАНЬ ФОНГ. Некоторые вопросы деФормирования армирования сред, кандид диссертация, 1970.
7. НГУЕН ВАН ДЬЕП. Некоторые вопросы теории взаимопроникающихся сред, докторская диссертация, М. 1976.

SUMMARY

GENERALIZED — DIFFUSIVE THEORY OF SOLID MIXTURES
II. THERMO — ELASTIC COMPOZITE

A theory of thermo-elastic compozite materials is proposed. It is based on the generalized — diffusive theory of mixture. The influence of viscous dissipation is included in the general treatment. The linear version of the constitutive equations in the absence of the viscosity is exhibited in detail in the case of isotropic compozite.